**Лек 4. Динамические ошибки систем управления**

            Точность систем управления является важнейшим показателем их качества. Чем выше точность, тем выше качество системы. Однако предъявление повышенных требований к точности вызывает неоправданное удорожание системы, усложняет ее конструкцию. Недостаточная точность может привести к несоответствию характеристик системы условиям функционирования и необходимости ее повторной разработки. Поэтому на этапе проектирования системы должно быть проведено тщательное обоснование требуемых показателей точности.

            В этом разделе рассматриваются методы определения ошибок, возникающих при работе систем управления с детерминированными входными воздействиями. Вначале анализируются ошибки систем в переходном режиме. Затем особое внимание уделено простым способам расчета ошибок систем в установившемся режиме. Будет показано, что все системы управления можно разделить по величине установившихся ошибок на системы без памяти, так называемые **статические** системы, и системы, обладающие памятью, – **астатические** системы управления.

**Типовые входные воздействия**

            Для оценки качества работы систем управления рассматривают их поведение при некоторых типовых воздействиях. Обычно такими воздействиями служат следующие три основные вида функций:

а) ступенчатое воздействие:          g(t) =  ,            g(p) = ;



б) линейное воздействие:      g(t) = t ,   t > 0 ;           ;



в) квадратичное воздействие:  /2 ,    t > 0 ;    g(p) = .



            В некоторых случаях рассматривают обобщенное полиномиальное воздействие:

,   t  >  0.

            Ступенчатое воздействие является одним из простейших, но именно с его помощью определяется ряд важных свойств систем управления, связанных с видом переходного процесса. Линейное и квадратичное воздействия часто бывают связаны с задачами слежения за координатами движущегося объекта. Тогда линейное воздействие соответствует движению объекта с постоянной скоростью; квадратичное - движению объекта с постоянным ускорением.

            Переходные процессы при типовых воздействиях можно построить следующим   образом.  Пусть  задана  передаточная  функция  замкнутой   системы  управления W(p). Тогда

x(p) = W(p) g(p),

где g(p) – изображение соответствующего воздействия.

            Например, если    , то        и для  g(t) = g0  получим  .

            С помощью вычетов или по таблицам находим обратное преобразование Лапласа и получаем вид переходного процесса x(t) для заданного входного воздействия:

,

где Res x(p) – вычет функции x(p) в  точке a.

            Обычно реакция системы на ступенчатое воздействие имеет вид, показанный на рис. 21,а или рис. 21,б.



Рис. 21.

Переходный процесс, как правило, характеризуют двумя параметрами – длительностью переходного процесса (временем установления) и величиной перерегулирования.

            Под временем установления tу понимают временной интервал, по истечении которого отклонение |x(t) - xуст | выходного процесса от установившегося значения  xуст не превышает     определенную величину, например, 0,1gо.  Время установления является важным параметром САУ, позволяющим оценить ее быстродействие. Величину tу  можно оценить приближенно по амплитудно-частотной характеристике системы. При заданной частоте среза . Для оценки качества системы используется также величина перерегулирования, определяемая соотношением  .

В зависимости от характера собственных колебаний системы переходный процесс в ней может быть колебательным, как это показано на рис. 21, б, или плавным гладким, называемым апериодическим (рис. 21,а). Если корни характеристического уравнения системы действительны, то переходный процесс в ней апериодический.  В случае комплексных корней характеристического уравнения собственные колебания устойчивой системы управления являются затухающими гармоническими и переходный процесс в системе имеет колебательный характер.

            При малом запасе устойчивости САУ ее собственные колебания затухают медленно, и перерегулирование в переходном режиме получается значительным. Как следствие, величина перерегулирования может служить  мерой запаса устойчивости системы. Для многих систем запас устойчивости считается достаточным, если величина перерегулирования   .

**Установившийся режим**

            При проектировании систем управления часто требуется оценить ошибку слежения в установившемся режиме . В зависимости от вида воздействия и свойств системы эта ошибка может быть нулевой, постоянной или бесконечно большой величиной.

            Очень важно,  что величина установившейся ошибки  может быть легко найдена с помощью теоремы о предельном значении оригинала: .

            При использовании этой теоремы нужно выразить величину ошибки e (p)  через g(p).  Для этого рассмотрим  структурную схему [замкнутой системы управления](http://scask.ru/f_book_kiber2.php?id=503) (рис. 22).



Рис. 22

            Очевидно, e (p) = g(p) - x(p) = g(p) - H(p)e(p).  Отсюда    или  e (p) = He(p)g(p) , где He(p) =  **называется передаточной функцией** системы управления от входного воздействия g(p) к ошибке слежения e(p). Таким образом, величину установившейся ошибки можно найти с помощью следующего соотношения:

,

где He(p) = 1/(1+H(p));   g(p) -  изображение типового входного воздействия.

**Пример 1.**Рассмотрим систему управления, в составе которой нет интеграторов, например,

                   .

            Найдем  величину  установившейся   ошибки   при   ступенчатом  входном  воздействии g(t) = g0, t ³ 0. В этом случае

.

            Предположим  теперь, что  входное воздействие изменяется линейно t    или   .

            Тогда   . Соответствующие входные воздействия и переходные процессы можно представить графиками на рис. 23,а и б.



Рис. 23

**Пример 2.**Рассмотрим теперь систему, содержащую один [интегратор](http://scask.ru/f_book_kiber2.php?id=689). Типичным примером может быть система сервопривода (рис. 6) с   .

            Для ступенчатого воздействия g(t) = g0    или  g(p) =  получим

.

При линейном входном воздействии

.

Такие процессы можно проиллюстрировать соответствующими кривыми на рис.24, а и б.



Рис. 24

**Пример 3.**  Рассмотрим систему с двумя интеграторами. Пусть, например,  . При ступенчатом воздействии .

            При линейном     .

            Наконец, если входное воздействие квадратичное  g(t) = at2/2  (g(p) = a/p3), то

.

            Таким образом, в системе с двумя интеграторами может осуществляться слежение за квадратичным входным воздействием при конечной величине установившейся ошибки. Например, можно следить за координатами объекта, движущегося с постоянным ускорением.

**Статические и**[**астатические системы**](http://scask.ru/f_book_kiber2.php?id=493)**управления**

            Анализ рассмотренных примеров показывает, что системы управления, содержащие интегрирующие звенья, выгодно отличаются от систем без интеграторов. По этому признаку все системы делятся на **статические** системы, не  содержащие интегрирующих звеньев, и **астатические** системы, которые содержат интеграторы. Системы с одним интегратором называются**системами с астатизмом первого порядка**. Системы с двумя интеграторами – **системами с астатизмом второго порядка** и т.д.

            Для статических систем даже при неизменяющемся воздействии g(t) = g0  установившаяся ошибка имеет конечную величину  g(t) = g0 . В системах с астатизмом первого порядка при ступенчатом воздействии установившаяся ошибка равна нулю, но при линейно изменяющемся  воздействии  . Наконец, в системах с астатизмом второго порядка ненулевая установившаяся ошибка появляется только при квадратичных входных воздействиях   g(t) = at2 /2 и составляет величину   eуст = a/k.

            Какие же физические причины лежат в основе таких свойств астатических систем управления?

            Рассмотрим систему управления с астатизмом второго порядка (рис. 25)



Рис. 25

            Пусть входной сигнал системы управления изменяется линейно:  t. Как было установлено, в такой системе установившаяся ошибка равна нулю, т.е. e (t) =0. Каким же образом система работает при нулевом сигнале ошибки? Если  x(t) = t , то на входе второго интегратора должен быть сигнал .  Действительно, при нулевом рассогласовании  e (t) =0  в системе с интеграторами возможно существование ненулевого выходного сигнала первого интегратора  .  Первый [интегратор](http://scask.ru/f_book_kiber2.php?id=689) после окончания переходного процесса «запоминает»  скорость  изменения входного воздействия и в дальнейшем работа системы управления осуществляется по «памяти». Таким образом, физическим объяснением такого значительного различия статических и астатических систем является наличие памяти у астатических систем управления.